# Inferenza di dipendenze funzionali

Scriviamo $F \models X \to Y$ se $X \to Y$ è implicata dall'insieme di DF $F$.

Assiomi di Armstrong:

$$\frac{Y \subseteq X}{\varnothing \vdash X \to Y}[\text{riflessività}] \qquad \frac{F \vdash X \to Y}{F \vdash (X \cup Z) \to (Y \cup Z)}[\text{arricchimento}]$$

$$\frac{F \vdash X \to Y \quad F \vdash Y \to Z}{F \vdash X \to Z}[\text{transitività}]$$

da questi si deriva:

$$\frac{F \vdash X \to Y \quad F \vdash X \to Z}{F \vdash X \to (Y \cup Z)}[\text{unione}] \qquad \frac{F \vdash X \to Y \quad Z \subseteq Y}{F \vdash X \to Z}[\text{decomposizione}]$$

Gli assiomi di Armstrong sono corretti e completi ($F \vdash F' \iff F \models F'$).

## Chiusura

$$F^+ = \{X \to Y \mid F \vdash X \to Y\} \qquad X_F^+ = \{A_i \in T \mid F \vdash X \to A_i\}$$

Vale che:

- $F \vdash X \to Y \iff X \to Y \in F^+$
- $F \vdash X \to Y \iff Y \subseteq X_F^+$

Determinare se $X \to Y \in F^+$ è il *problema dell'implicazione*. Generare esplicitamente $F^+$ è esponenziale nel numero di attributi, ma ci sono algoritmi più efficienti. Un esempio è l'algoritmo di *chiusura lenta*, che costruisce $X_F^+$ e sfrutta $F \vdash X \to Y \iff Y \subseteq X_F^+$:

1. $X^+ := X$
2. se $Y \to Z \in F$ con $Y \subseteq X^+$, allora $X^+ := X^+ \cup Z$
3. si ripete 2. finché ci sono attributi da aggiungere.