

# CIRCUIT SAT $\leq$ SAT

Cerchiamo  $f \in \text{LOGSPACE}$  tale che per ogni circuito  $C = (N, A)$ ,  $C$  è soddisfacibile se e solo se lo è la formula booleana  $B = f(C)$ .

$B$  ha come variabili  $X' = X \cup N$ , ovvero le variabili di  $C$  più una variabile per ogni porta. Per ogni porta  $g$ , si generano congiunti in base alla sua sorta:

**uscita**  $g$  —  $B$  è soddisfacibile solo se l'uscita può essere resa vera;

**costante**  $g$  se  $s(g) = \text{t}$ ,  $\neg g$  se  $s(g) = \text{f}$ ;

**variabile**  $g \iff x$  se  $s(g) = x$ , in FNC  $(\neg g \vee x) \wedge (\neg x \vee g)$ ;

**negazione** se  $(i, g) \in A$  allora  $g \iff \neg i$ , in FNC  $(\neg g \vee \neg i) \wedge (i \vee g)$ ;

**congiunzione** se  $(i, g), (j, g) \in A$  allora  $g \iff i \wedge j$  (da mettere in FNC);

**disgiunzione** come sopra.

$f$  usa i nastri di lavoro solo per tenere traccia di un numero costante di contatori binari, quindi richiede spazio  $O(\log n)$ .