Formalismo che esprime solo funzioni totali

Dimostriamo per diagonalizzazione che non può esistere.

Se tale formalismo esistesse, potremmo enumerare le funzioni totali in base al numero di Gödel del programma che le calcola. prendiamo la funzione totale $g(x) = f_x(x) + 1$ (tutti i formalismi permettono di fare +1 in qualche modo), che dovrà avere un indice i. Ma se calcoliamo $g(i) = f_i(i)$, otteniamo che $f_i(i) = f_i(i) + 1$, che è assurdo.

Ci servono le funzioni parziali:

- $\varphi_i(i) = \varphi_i(i) + 1$ non è contradditorio se φ_i non è definita in i;
- in ogni caso abbiamo a che fare con funzioni parziali (e.g. divisione per zero), che non sempre si possono estendere con l'aggiunta di un valore speciale per renderle totali.

Ma se prendessi proprio quegli algoritmi che definiscono funzioni totali per applicare la diagonalizzazione? In questo modo otterrei nuovamente una funzione che non trovo nella lista. Vedremo alla fine di questa parte del corso che questa cosa non si può fare effettivamente, cioè che non esiste un algoritmo che permetta di scegliere nella lista proprio le definizioni di funzioni totali.
$\text{TOT} \notin \mathcal{RE}$, quindi la funzione che costruiremmo non sarebbe calcolabile. In generale per il teorema di Rice un'enumerazione effettiva può basarsi solo su proprietà sintattiche.