Funzioni ricorsive generali

La classe $\mathcal{R}$ delle FRG, o funzioni μ-ricorsive, è la minima che contiene gli schemi primitivi di base *zero, successore, proiezione*, ed è chiusa per *composizione, ricorsione primitiva* e

VI minimizzazione se $\psi(x_1, \ldots, x_n, y) \in \mathcal{R}$, allora $\varphi \in \mathcal{R}$, con

$$\varphi(x_1, \ldots, x_n) = \mu y. \left(\psi(x_1, \ldots, x_n, y) = 0 \wedge \forall z \leq y \,.\, \psi(x_1, \ldots, x_n, z) \downarrow\right).$$

Sono Turing-equivalenti, e la minimizzazione modella un while:

```
y = 0
while phi(x1, ..., xn, y) != 0
  y = y + 1
return y
```

Intuitivamente, la condizione sulla convergenza per $z \leq y$ serve a non “saltare iterazioni”: se una diverge non vogliamo restituire un risultato. Equivalentemente potremmo richiedere che ψ sia ricorsiva primitiva.