

Entropia di sorgente (definizione e assiomi)

È l'informazione media per simbolo emesso da una sorgente (bit / simbolo):

$$H(X) = \sum_{i=1}^M P_i I_i = \sum_{i=1}^M P_i \log \frac{1}{P_i}.$$

Tre assiomi dell'entropia

Equivalentemente, l'entropia è una funzione che rispetta i seguenti assiomi:

1. $H(p_1, \dots, p_n)$ è una funzione continua;
2. dati due esperimenti X e Y con rispettivamente n e $n+1$ esiti equiprobabili, Y ha maggiore incertezza di X :

$$H\left(\underbrace{\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}}_n\right) < H\left(\underbrace{\frac{1}{n+1}, \dots, \frac{1}{n+1}}_{n+1}\right);$$

3. preso un esperimento X con n esiti possibili scomposto in due fasi:

- esperimento Y con risultati y_i , $i = 1, \dots, h < n$;
- uno tra h esperimenti $Z^{(i)}$, scelto in base al risultato di Y , con n_i risultati possibili ($n_1 + \dots + n_h = n$),

allora:

$$H(X) = H(Y) + \sum_{i=1}^h P(y_j) H(Z^{(j)}).$$

L'unica definizione che rispetta i tre assiomi è $-C \sum_{i=1}^k p_i \log p_i$ (con $C > 0$ costante arbitraria).