Codici a blocchi (codifica di canale)

Codificano k simboli di messaggio con $n > k$ simboli, aggiungendone $q = n - k$ ridondanti. La quantità di ridondanza è misurata con il *code rate* $R_c = \frac{k}{n}$. Un codice (n, k) ha 2^k parole.

A ripetizione

Codificano ciascun simbolo con una parola formata da quel simbolo ripetuto n volte (quindi $k = 1$, $q = n - 1$).

$$P(i \text{ errori in } n \text{ bit}) = \binom{n}{i}\alpha^i(1-\alpha)^{n-i} \overset{\alpha\simeq 0}{\simeq} \binom{n}{i}\alpha^i$$

I codici a ripetizione sono efficienti se α è abbastanza piccolo da avere $P(i+1) \ll P(i)$.
Se si riceve una parola con simboli diversi si può richiere la ritrasmissione o correggere usando il simbolo ripetuto più volte. Si possono identificare fino a $n - 1$ errori, quindi la probabilità di non rilevarli è α^n.

A controllo di parità

Una parola binaria è pari se contiene un numero pari di 1. Aggiungiamo ad ogni parola di k simboli un bit scelto in modo che tutte abbiano la stessa parità (quindi $n = k + 1$, $q = 1$). Permette di rilevare un numero dispari di errori.

$$\begin{aligned}
P(\text{errore non rilevato}) &= \sum_{i=0}^{n/2} P(2i \text{ errori in } n \text{ bit}) \\
&\simeq P(2 \text{ errori in } n \text{ bit}) \\
&= \binom{n}{2}\alpha^2(1-\alpha)^{n-2} \qquad\qquad \simeq \frac{n(n-1)}{2}\alpha^2
\end{aligned}$$

Non consente di correggere il messaggio se $k \neq 1$, e in quel caso è molto suscettibile a correzioni errate.

Matrice a controllo di parità

Si può dividere il messaggio in righe, e calcolare la parità per ogni riga e colonna. Questo permette di correggere qualche errore. Se la matrice è (quasi) quadrata il numero di bit aggiunti è minimo.

Parità non singola

In generale, si definisce codice a controllo di parità un qualsiasi codice lineare sistematico.