Tangent space

Per texture che contengono dati tridimensionali (e.g. normal mapping), possiamo indicarli in object space, ma in tal caso la texture funzionerà solo per lo specifico mapping considerato.

La soluzione è specificarle in tangent space: il piano xy è tangente all'oggetto in ogni punto, l'asse x è $(1, 0)$ in coordinate UV, y è $(0, 1)$, z è la normale.

Abbiamo bisogno di portare il valore memorizzato nella texture (e.g. normale) da tangent space a object space. Per farlo, ci serve un *tangent frame*. Per come è definito il tangent space, un tangent frame funziona solamente in un intorno dell'origine, perciò nel caso generale avremo bisogno di un tangent frame per ogni texel; per mesh poligonali si definiscono per ogni vertice e si interpolano all'interno delle facce.

Per trovare il tangent frame in un punto della superficie, ci serve la normale e due assi tangenti:

superfici parametriche si trovano x e y con il gradiente della superficie, e $z = x \times y$ (poi $y = z \times x$ per avere un frame ortogonale).

mesh poligonali abbiamo le coordinate v_0, v_1, v_2 di un triangolo della mesh e la sua immagine t_0, t_1, t_2 nella texture (ottenuta con UV-unwrapping). Vogliamo mappare il vettore $u = (1, 0)$ da texture a object space. Per farlo, troviamo le sue coordinate u_x, u_y rispetto al frame $\langle t_0, t_1 - t_0, t_2 - t_0\rangle$ e calcoliamo $u_{\text{obj}} = u_x(v_1 - v_0) + u_y(v_2 - v_0)$. Poi si calcola $v_{\text{obj}} = n \times u_{\text{obj}}$, e il tangent frame è $\langle v_0, u_{\text{obj}}, v_{\text{obj}}, n\rangle$.

Per trovare le coordinate rispetto ad un frame non ortogonale $\langle o, v_1, v_2\rangle$ (non si può usarer il prodotto scalare) si calcolano le coordinate baricentriche w_0, w_1, w_2 rispetto al triangolo $\langle o, o+v_1, o+v_2\rangle$, e $p = o+w_1v_1+w_2v_2$

$$u_1 = \frac{((t_0 + \boldsymbol{u}) - t_0) \times t_{20}}{t_{10} \times t_{20}} = \frac{\boldsymbol{u} \times t_{20}}{t_{10} \times t_{20}} = \frac{[1, 0]^T \times t_{20}}{t_{10} \times t_{20}} = \frac{t_{20v}}{t_{10} \times t_{20}}$$

$$u_2 = \frac{t_{10} \times ((t_0 + \boldsymbol{u}) - t_0)}{t_{10} \times t_{20}} = \frac{t_{10} \times \boldsymbol{u}}{t_{10} \times t_{20}} = \frac{t_{10} \times [1, 0]^T}{t_{10} \times t_{20}} = \frac{-t_{10u}}{t_{10} \times t_{20}}$$

$$\boldsymbol{u_{os}} = Normalize(u_1\,(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0) + u_2(\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_0))$$

We can do the same for $\mathbf{v}_{os}$ or just use the normal:

$$\boldsymbol{v}_{os} = \boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u}_{os}$$