

Esistenza di sequenze casuali

Dimostriamo che esistono sequenze casuali per ogni lunghezza n .

Siano:

- $S = 2^n$ = numero di sequenze binarie di lunghezza n ;
- T = numero di sequenze binarie *non casuali* di lunghezza n ;
- N = numero di sequenze binarie di lunghezza $< n - \lceil \log_2 n \rceil$.

Le T sequenze non casuali sono generate da programmi di lunghezza $< n - \lceil \log_2 n \rceil$, contati tra le N sequenze.

$$N = \sum_{i=0}^{n - \lceil \log n \rceil - 1} 2^i = 2^{n - \lceil \log n \rceil} - 1,$$

quindi $T \leq N < S$, dunque non tutte le sequenze di lunghezza n sono non casuali.

Vale anche:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{T}{S} \leq \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{2^{n - \lceil \log n \rceil} - 1}{2^n} = 0$$

quindi le sequenze casuali sono la maggioranza.