

Operazioni sui linguaggi

Concatenazione

$$L \cdot M = \{x \cdot y \mid x \in L \wedge y \in M\}$$

Proprietà (stesse della composizione di relazioni):

associatività	$L_1 \cdot (L_2 \cdot L_3) = (L_1 \cdot L_2) \cdot L_3$
unità	$L \cdot \{\epsilon\} = \{\epsilon\} \cdot L = L$
assorbimento	$L \cdot \emptyset = \emptyset \cdot L = \emptyset$
distributività su \cup (sinistra)	$L_1 \cdot (L_2 \cup L_3) = (L_1 \cdot L_2) \cup (L_1 \cdot L_3)$
distributività su \cup (destra)	$(L_1 \cup L_2) \cdot L_3 = (L_1 \cdot L_3) \cup (L_2 \cdot L_3)$

$$L^n$$

$$L^0 = \{\epsilon\} \quad L^{n+1} = L \cdot L^n$$

Stella di Kleene

$$L^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} L^i$$

Proprietà:

riflessività	$\{\epsilon\} \subseteq L^*$
transitività	$L^* \cdot L^* \subseteq L^*$
chiusura	$L \subseteq L^*$
idempotenza	$(L^*)^* = L^*$
-id	$\{\epsilon\}^ = \{\epsilon\}$
-vuoto	$\emptyset^ = \{\epsilon\}$
distributività su \cup	$L_1^* \cup L_2^* \subseteq (L_1 \cup L_2)^*$

Chiusura positiva

$$L^+ = \bigcup_{i=1}^{\infty} L^i = LL^*$$