

Vicinato e grado di un nodo

Grafo non orientato

Due nodi $x, y \in V$ vengono detti *vicini* o *adiacenti* se connessi da un arco xy , che si dice *incidente* a x e y (*estremi* dell'arco).

$$N(x) = \{y \mid xy \in E\}$$

è il vicinato di x . Se $N(x) = V \setminus \{x\}$ x si dice nodo *universale*, se $N(x) = \emptyset$ si dice *isolato*.

$$d_x = |N(x)|$$

è il grado di x . Il grado massimo in G è $\Delta = \max\{d_x \mid x \in V\}$

Lemma hand-shaking: per ogni grafo non orientato $G = (V, E)$ vale che:

$$\sum_{x \in V} d_x = 2|E|$$

in quanto ogni arco contribuisce al grado di due nodi. Inoltre G contiene un numero pari di nodi che hanno grado dispari, dal momento che la somma deve risultare pari e $\text{pari} + \text{dispari} = \text{dispari}$.

Grafo orientato

Si definiscono:

$$N^+(x) = \{y \mid (x, y) \in E\}$$

vicinato in uscita

$$N^-(x) = \{y \mid (y, x) \in E\}$$

vicinato in ingresso

$$d_x^+ = |N^+(x)|$$

grado d'uscita

$$d_x^- = |N^-(x)|$$

grado d'ingresso

Lemma hand-shaking:

$$\sum_{x \in V} d_x^+ = \sum_{x \in V} d_x^- = |E|.$$