

Semantica delle formule proposizionali

Si definisce per induzione strutturale sugli alberi di derivazione. Il valore di una formula proposizionale non viene determinato univocamente, ma in base ad una *interpretazione* $\mathcal{I} : X \rightarrow \{f, t\}$ che assegna ad ogni simbolo proposizionale un valore di verità.

Il *valore rispetto ad* \mathcal{I} è dato dalla funzione

$$\llbracket - \rrbracket_{\mathcal{I}} : Prop \rightarrow \{f, t\}$$

1. $\llbracket T \rrbracket_{\mathcal{I}} = T$ e $\llbracket F \rrbracket_{\mathcal{I}} = f$;
2. $\llbracket A \rrbracket_{\mathcal{I}} = \mathcal{I}(A) \quad \forall A \in X$;
3. $\llbracket (P) \rrbracket_{\mathcal{I}} = (\llbracket P \rrbracket_{\mathcal{I}}) \quad \forall P \in Prop$;
4. $\llbracket \neg Q \rrbracket_{\mathcal{I}} = \neg \llbracket Q \rrbracket_{\mathcal{I}}$ per ogni formula atomica Q ;
5. $\llbracket P \text{ op } Q \rrbracket_{\mathcal{I}} = \llbracket P \rrbracket_{\mathcal{I}} \text{ op } \llbracket Q \rrbracket_{\mathcal{I}}$ per ogni connettivo op e proposizione P, Q .