

Relazione ben fondata

Una relazione \sqsubset su un insieme A è *ben fondata* se non esiste una catena infinita decrescente

$$a_1 \sqsupset a_2 \sqsupset a_3 \sqsupset \dots$$

di elementi $a_i \in A$.

Proprietà:

1. se \sqsubset è ben fondata e $\sqsubset_1 \subseteq \sqsubset$, allora anche \sqsubset_1 è ben fondata;
2. \sqsubset è ben fondata se e solo se lo è \sqsubset^+

Le definizioni induttive sono ben date perché le loro relazioni di precedenza indotte sono ben fondate, e solitamente hanno la stessa forma:

$$\prec_{\mathbb{N}} = \prec_{\mathbb{I}} = \prec_T = \{(n-1, n) \mid n \in \mathbb{N}^+\} = Succ.$$

Questo non vale sempre, infatti

$$\prec_{fib} = \{(n-1, n), (n-2, n) \mid n > 2\}.$$

Poiché $Succ$ è ben fondata e $\prec_{fib} \subseteq Succ^+$, anche \prec_{fib} è ben fondata.