Definizione induttiva di alberi binari

L'insieme BT degli alberi binari è il più piccolo che soddisfa:

1. $\lambda \in BT$, dove λ è l'albero vuoto;
2. se $t_1, t_2 \in BT$ allora $N(t_1, t_2) \in BT$.

Se ad ogni nodo viene assegnato un valore:

1. $\lambda \in BT_A$, dove λ è l'albero vuoto;
2. se $t_1, t_2 \in BT$ e $a \in A$ allora $N(t_1, a, t_2) \in BT$.

Funzioni su alberi binari definiti induttivamente

$size : BT \to \mathbb{N}$

1. $size(\lambda) = 0$
2. $size(N(t_1, t_2)) = size(t_1) + size(t_2) + 1$

$depth : BT \to \mathbb{N} \cup \{-1\}$

1. $depth(\lambda) = -1$
2. $depth(N(t_1, t_2)) = \max(depth(t_1), depth(t_2)) + 1$

$visit : BT_A \to L_A$ (visita simmetrica da sinistra a destra)

1. $visit(\lambda) = []$
2. $visit(N(t_1, a, t_2)) = app(visit(t_1), a : visit(t_2))$

Equivalenza con la definizione originale

$grafo : BT \to (V, E)$, con $V \subseteq \{0,1\}^*$ ed $E \subseteq V \times V$

1. $grafo(\lambda) = (\varnothing, \varnothing)$
2.

$$V = \{0w \mid w \in V_1\} \cup \{1w \mid w \in V_2\} \cup \{\epsilon\}$$
$$E = \{(0w, 0v) \mid (w, v) \in E_1\} \cup \{(1w, 1v) \mid (w, v) \in E_2\} \cup$$
$$\cup \{(\epsilon, 0) \mid \epsilon \in V_1\} \cup \{(\epsilon, 1) \mid \epsilon \in V_2\}$$