

Modello, equivalenza, conseguenza logica

Modello

Data una formula proposizionale o predicativa P e una interpretazione \mathcal{I} , diciamo che \mathcal{I} è un modello di P ($\mathcal{I} \models P$) se $\llbracket P \rrbracket_{\mathcal{I}} = t$ (altrimenti $\mathcal{I} \not\models P$).

La notazione si estende a un insieme di formule Γ :

$$\mathcal{I} \models \Gamma \Leftrightarrow \mathcal{I} \models P \quad \forall P \in \Gamma,$$

mentre scriviamo $\mathcal{I} \not\models \Gamma$ se c'è almeno una formula in Γ per cui \mathcal{I} non è un modello. Segue che $\mathcal{I} \models \emptyset$ per un qualsiasi \mathcal{I} .

Equivalenza

P e Q sono logicamente equivalenti ($P \equiv Q$) se assumono lo stesso valore di verità per qualunque interpretazione (quindi hanno gli stessi modelli).

Conseguenza Logica

La formula proposizionale P è conseguenza logica dell'insieme di formule Γ ($\Gamma \models P$) se ogni modello di Γ è anche un modello di P .

Si può esprimere l'equivalenza in termini di conseguenza e viceversa:

$$P \equiv Q \Leftrightarrow \{P\} \models Q \wedge \{Q\} \models P.$$