

Semantica delle formule predicative

Il valore di una formula predicativa dipende da un'interpretazione \mathcal{I} , che stabilisce il valore dei simboli di costante, funzione e predicato, e da un assegnamento r , per fissare il valore delle variabili libere.

Semantica dei termini

Il *valore rispetto ad \mathcal{I} ed r* di un termine è dato dalla funzione (parziale perché r è parziale, se rimangono variabili libere senza valore non si può stabilire un risultato):

$$\llbracket _ \rrbracket_{\mathcal{I}}^r : Term \rightarrow \mathcal{D}$$

definita per induzione strutturale:

- $\llbracket x \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = r(x)$ per ogni $x \in \mathcal{V}$;
- $\llbracket c \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = \alpha_{\mathcal{C}}(c)$ per ogni $c \in \mathcal{C}$;
- se $f \in \mathcal{F}_n$, allora:

$$\llbracket f(t_1, \dots, t_n) \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = \alpha_{\mathcal{F}_n}(f)(\llbracket t_1 \rrbracket_{\mathcal{I}}^r, \dots, \llbracket t_n \rrbracket_{\mathcal{I}}^r)$$

Semantica delle formule

Il *valore rispetto ad \mathcal{I} ed r* di un termine è dato dalla funzione

$$\llbracket _ \rrbracket_{\mathcal{I}}^r : Pred \rightarrow Bool$$

definita come segue:

- $\llbracket T \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = t$ e $\llbracket F \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = f$;
- per ogni $A \in \mathcal{P}_0$, $\llbracket A \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = \alpha_{\mathcal{P}_0}(A)$;
- per ogni $A \in \mathcal{P}_n$ con $n > 0$,

$$\llbracket A(t_1, \dots, t_n) \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = \begin{cases} t & (\llbracket t_1 \rrbracket_{\mathcal{I}}^r, \dots, \llbracket t_n \rrbracket_{\mathcal{I}}^r) \in \alpha_{\mathcal{P}_n}(A) ; \\ f & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- $\llbracket (P) \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = (\llbracket P \rrbracket_{\mathcal{I}}^r)$ per ogni $P \in Pred$;
- $\llbracket \neg P \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = \neg \llbracket P \rrbracket_{\mathcal{I}}^r$ per ogni $P \in Atom$;
- $\llbracket PopQ \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = \llbracket P \rrbracket_{\mathcal{I}}^r op \llbracket Q \rrbracket_{\mathcal{I}}^r$ per ogni $P, Q \in Pred$ e $op \in \langle\langle OpB \rangle\rangle$;
- $\llbracket (\forall x . P) \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = t$ se e solo se $\llbracket P \rrbracket_{\mathcal{I}}^{r[x \mapsto d]} = t$ per ogni $d \in \mathcal{D}$;
- $\llbracket (\exists x . P) \rrbracket_{\mathcal{I}}^r = t$ se e solo se $\llbracket P \rrbracket_{\mathcal{I}}^{r[x \mapsto d]} = t$ per almeno un $d \in \mathcal{D}$;

Nelle formule chiuse:

$$\llbracket P \rrbracket_{\mathcal{I}} = \llbracket P \rrbracket_{\mathcal{I}}^{\emptyset}$$