

Sottospazio generato

Il sottospazio generato da v_1, \dots, v_k è il sottoinsieme di V formato da tutte le combinazioni lineari di v_1, \dots, v_k :

$$\text{Span}(v_1, \dots, v_k) = \{ \lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_k v_k \mid \lambda_1, \dots, \lambda_k \in \mathbb{R} \}$$

È un sottospazio di V perché:

(i) se

$$v = \lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_k v_k \quad \text{e} \quad w = \mu_1 v_1 + \dots + \mu_k v_k,$$

allora

$$v + w = (\lambda_1 + \mu_1)v_1 + \dots + (\lambda_k + \mu_k)v_k \in W;$$

(ii) $\lambda v = (\lambda \lambda_1)v_1 + \dots + (\lambda \lambda_k)v_k \in W$;

(iii) non è vuoto.