

# Matrice associata alla composizione di applicazioni lineari

Siano  $f : U \rightarrow V$  e  $g : V \rightarrow W$  applicazioni lineari, allora  $g \circ f : U \rightarrow W$  è lineare e se  $B$ ,  $C$  e  $D$  sono basi di  $U$ ,  $V$  e  $W$ ,

$$M_{BD}(g \circ f) = M_{CD}(g)M_{BC}(f).$$

Per un isomorfismo  $f$ ,  $f \circ f^{-1} = id$ , quindi  $M(f)M(f^{-1}) = I$  e  $M(f) = M(f^{-1})^{-1}$ .

## Dimostrazione

Sia  $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ . La colonna  $i$ -esima di  $M_{BD}(g \circ f)$  sono le coordinate di  $g(f(v_i))$  rispetto a  $D$ , ovvero  $M_{CD}(g)$  per le coordinate rispetto a  $C$  di  $f(v_i)$ , che sono l' $i$ -esima colonna di  $M_{BC}(f)$ . Alternativamente:

$$M_{CD}(g)(M_{BC}(f)v) = (M_{CD}(g)M_{BC}(f))v = M_{BD}(g \circ f)v.$$