

Coordinate della somma di due vettori

Rispetto a $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ basi dello spazio vettoriale V , vale per ogni $u, v \in V$:

1. coordinata i di $u + v$ (γ_i) = coordinata i di u (α_i) + coordinata i di v (β_i);
2. coordinata i di $\alpha v = \alpha$ per la coordinata i di v .

Dimostrazione

1. $u + v = \gamma_1 v_1 + \dots + \gamma_n v_n$ e $u + v = (\alpha_1 + \beta_1)v_1 + \dots + (\alpha_n + \beta_n)v_n$, quindi

$$(\alpha_1 + \beta_1 - \gamma_1)v_1 + \dots + (\alpha_n + \beta_n - \gamma_n)v_n = 0_V$$

ma v_1, \dots, v_n sono l.i. quindi $\alpha_i + \beta_i = \gamma_i$.

2. $v = \beta_1 v_1 + \dots + \beta_n v_n$, quindi

$$\begin{aligned}\alpha v &= \alpha(\beta_1 v_1 + \dots + \beta_n v_n) \\ &= (\alpha\beta)_1 v_1 + \dots + (\alpha\beta)_n v_n\end{aligned}$$