

Applicazione diagonalizzabile

L'applicazione lineare $f : V \rightarrow V$ è diagonalizzabile se esiste una base di V per cui la matrice di f è diagonale.

f è diagonalizzabile se e solo se esiste una base di V formata unicamente da autovettori di f .

Dimostrazione

Sia $B = \{v_1, \dots, v_n\}$ una qualsiasi base di f : v_i è un autovettore $\iff f(v_i) = \lambda_i v_i \iff$ le coordinate rispetto alla base B di $f(v_i) = \lambda_i e_i$. Questo è vero per ogni i se e solo se la matrice associata ha la seguente forma:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}$$