

Autovalori e autovettori

Sia V uno spazio vettoriale con dimensione finita e $f : V \rightarrow V$ un'applicazione lineare. $\lambda \in \mathbb{R}$ è un autovalore di f se esiste un vettore $v \neq 0$ in V tale che $f(v) = \lambda v$. v prende il nome di autovettore associato a λ .

v può essere autovettore di un solo autovalore, perché

$$\lambda_1 v = f(v) = \lambda_2 v \wedge v \neq 0 \quad \implies \quad \lambda_1 = \lambda_2;$$

tuttavia possono esserci più autovettori associati allo stesso autovalore, per esempio tutti i vettori sono autovettori di $\lambda = 1$ se $f = id$.

0 può essere un autovalore.

Interpretazione geometrica

Se esistono autovalori di f significa che esistono rette che rimangono invariate attraverso f , infatti v e λv si trovano sulla stessa retta. La matrice di rotazione in \mathbb{R} non ha autovalori perché non mantiene nessuna retta.