Sistema lineare

È un insieme di m equazioni lineari in n incognite:

$$\begin{cases} a_{1,1}x_1 + a_{1,2}x_2 + \cdots + a_{1,n}x_n = b_1 & \text{(EQ1)} \\ \quad\vdots \\ a_{m,1}x_m + a_{m,2}x_2 + \cdots + a_{m,n}x_n = b_m & \text{(EQ}m\text{)} \end{cases} \tag{SL}$$

dove $a_{i,j} \in \mathbb{R}$ è il coefficiente di x_j nell'equazione (EQi).

L'insieme S delle soluzioni di (SL) è un sottoinsieme di $\mathbb{R}^n$ in cui ogni sequenza $(\overline{x}_1, \ldots, \overline{x}_n)$ è tale che sostituendo ogni $\overline{x}_j$ ad ogni x_j si ottengono uguaglianze vere, ovvero è l'intersezione delle soluzioni di ogni equazione.

Nei sistemi lineari possono esserci solo zero, una o infinite soluzioni. In particolare, se esistono soluzioni sono ∞^{n-r}, dove r è il numero di variabili libere nel sistema.

Si può rappresentare un sistema lineare come una matrice dei coefficienti A di dimensioni $m \times n$ e vettore b dei termini noti, eventualmente unite nella matrice completa $C = (A \mid b)$.

Inoltre se si definisce il vettore colonna $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix}$, risulta che risolvere (SL) equivale a risolvere $Ax = b$.