Applicazioni lineari $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$

Se $g(x) = Ax$ è un'applicazione lineare $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ con A $m \times n$,

$$g(x) = x_1 A^1 + \cdots + x_n A^n$$

Quindi $g(e_i) = A^i$.

Per ogni $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ lineare esiste un'unica matrice $m \times n$ A tale che $f(x) = Ax$. A è la matrice associata a f rispetto alle basi canoniche.

Dimostrazione

Seconda proposizione:

esiste $\forall i = 1, \ldots, n$ $A^i = f(e_i)$, e $g(x) = Ax$. $g(e_i) = A^i = f(e_i)$. Assumendo f e g gli stessi valori per le basi del dominio, allora $f = g$.

unica $g(x) = Ax$ e $g'(x) = A'x$. $g = g' \implies A = A'$