

Operatore `fix` (e `letrec`)

Nel λ -calcolo tipato semplice, il combinatore Y (così come Ω e tutti i programmi che possono non terminare) non sono tipabili. Dobbiamo introdurre un apposito operatore di punto fisso `fix` e che imita il comportamento di Y .

Regole di valutazione e tipo

$$\frac{\Gamma \vdash e : \tau \rightarrow \tau}{\Gamma \vdash \text{fix } e : \tau}$$

$$\frac{e \rightarrow e'}{\text{fix } e \rightarrow \text{fix } e'} \quad \text{fix } (\text{fun } x : \tau = e) \rightarrow e[x := \text{fix } (\text{fun } x : \tau = e)]$$

Utilizzo

```
aux = fun f: Nat -> Bool =  
  fun x: Nat =  
    if isZero x then true  
    else if isZero (pred x) then false  
    else f (pred (pred x))
```

```
isEven = fix aux
```

```
aux      : (Nat -> Bool) -> Nat -> Bool  
isEven   : Nat -> Bool
```

PCF

Sintassi semplificata

$$\text{letrec } x : \tau = e \text{ in } e' \quad \equiv \quad \text{let } x = \text{fix } (\text{fun } x : \tau = e) \text{ in } e'$$