

Inferenza di tipo

Obiettivo: determinare il tipo più generale che può essere assegnato ad un'espressione, in particolare per quanto riguarda funzioni senza annotazione di tipo del parametro. La regola:

$$\frac{\Gamma, x : \tau_1 \vdash e : \tau_2}{\Gamma \vdash \text{fun } x = e : \tau_1 \rightarrow \tau_2}$$

è corretta ma non implementabile direttamente, in quanto richiede di provare tutti gli infiniti τ_1 .

Introduciamo delle *variabili di tipo*, placeholder per tipi specifici di cui non ci interessa/non conosciamo l'identità esatta e che non hanno operazioni.

Definiamo regole che assegnano a ciascuna espressione un tipo (che può contenere variabili) e un insieme di *vincoli* (sistema di equazioni):

$$\Gamma \vdash e : \tau \mid C,$$

poi risolviamo C , trovando la più generale sostituzione σ che soddisfa tutti i vincoli.

Regole di tipo

Annotiamo ciascuna astrazione funzionale con una variabile di tipo fresca.

$$\begin{array}{c} \frac{\Gamma(x) = \tau}{\Gamma \vdash x : \tau \mid \emptyset} \quad \Gamma \vdash n : \text{Nat} \mid \emptyset \\[10pt] \frac{\Gamma, x : X \vdash e : \tau \mid C}{\Gamma \vdash \text{fun } x = e : X \rightarrow \tau \mid C} \quad X \text{ fresca} \\[10pt] \frac{\Gamma \vdash e_1 : \tau_1 \mid C_1 \quad \Gamma \vdash e_2 : \tau_2 \mid C_2}{\Gamma \vdash \text{apply}(e_1, e_2) : X \mid C_1 \cup C_2 \cup \{\tau_1 = \tau_2 \rightarrow X\}} \quad X \text{ fresca} \\[10pt] \frac{\Gamma \vdash e : \tau \mid C}{\Gamma \vdash \text{fix } e : X \mid C \cup \{\tau = X \rightarrow X\}} \quad X \text{ fresca} \end{array}$$

Algoritmo di unificazione

UNIFY(T_0, C)

```
1  while not EMPTY( $C$ )
2    ( $S, T$ ) = POP( $C$ )
3
4    if  $S = T$ 
5      pass
6
7    elseif  $S = X$  and  $X \notin FV(T)$ 
8       $T_0 = T_0[X := T]$ 
9       $C = C[X := T]$ 
10
11   elseif  $T = X$  and  $X \notin FV(S)$ 
12      $T_0 = T_0[X := S]$ 
13      $C = C[X := S]$ 
14
15   elseif  $S = S_1 \rightarrow S_2$  and  $T = T_1 \rightarrow T_2$ 
16      $C = C \cup \{S_1 = T_1, S_2 = T_2\}$ 
17
18   else
19     error
```