Soluzione di base duale

Data una base B del problema di PL:

$$\begin{cases} \max c \cdot x \\ Ax \leq b \\ x \geq 0 \end{cases}$$

il vettore:

$$\overline{y} = \begin{pmatrix} \overline{y}_B \\ \overline{y}_N \end{pmatrix} \qquad \text{con} \qquad \begin{cases} \overline{y}_B^{\mathsf{t}} = c^{\mathsf{t}} A_B^{-1} & (\text{soluzione di } y_B^{\mathsf{t}} A = c^{\mathsf{t}}) \\ \overline{y}_N = 0 \end{cases}$$

è detto *soluzione di base duale.*

$\overline{y}$ è:

ammissibile se $\overline{y}_B \geq 0$;

degenere se $\exists i \in B \;.\; \overline{y}_i = 0$.

Geometricamente, $\overline{y}$ è ammissibile quando $c \in \text{cono}\{A_i \mid i \in B\}$. Infatti, da $c^{\mathsf{t}} = \overline{y}_B^{\mathsf{t}} A_B$ si ha che c è una combinazione lineare delle righe di A_B con coefficienti le componenti di base di $\overline{y}$. Per avere una soluzione ammissibile queste devono essere ≥ 0, ovvero c deve essere una combinazione conica delle righe di A_B.

Per determinare la base a partire dalla soluzione $\overline{y}$, si scelgono gli indici delle componenti non nulle, le cui righe corrispondeni devono essere linearmente indipendenti. Se queste non sono sufficienti allora se ne aggiungono altri che rendano invertibile A_B; se $\operatorname{rk} A = n$ c'è almeno una scelta di indici per cui questo è vero. TODO? pag 56