

## Pseudoflussi (flusso minimo)

Uno pseudoflusso  $x$  è un flusso che rispetta i vincoli di capacità degli archi ma non necessariamente i bilanci.

Se  $x$  è uno pseudoflusso, allora

$$e_x(i) = \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{(i,j) \in A} x_{ij} - b_i$$

è lo *sbilanciamento* del nodo  $i$  rispetto a  $x$ . Definiamo anche:

- $E_x = \{i \in N \mid e_x(i) > 0\}$  (nodi con eccesso di flusso);
- $D_x = \{i \in N \mid e_x(i) < 0\}$  (nodi con difetto di flusso);
- $g(x) = \sum_{i \in E_x} e_x(i)$  (sbilanciamento complessivo di  $x$ ).

Uno pseudoflusso  $x$  è ammissibile se e solo se  $E_x = D_x = \emptyset$ , ovvero se e solo se  $g(x) = 0$ .

Lo pseudoflusso  $x$  è detto *minimale* se ha costo minimo tra tutti gli pseudoflussi con lo stesso vettore di sbilanciamenti  $e_x$ .  $x$  è minimale se e solo se non esistono cicli aumentanti rispetto a  $x$  di costo negativo.