

Condizione di ottimalità per i cammini minimi

Dato un grafo $G = (N, A)$, un suo albero di copertura $T \subseteq A$ orientato e radicato in r , il costo (*potenziale*) π_i del cammino da r a i in T (calcolato con una visita dell'albero, assegnando $\pi_j = \pi_i + c_{ij}$ se i è padre di j), vale che T è un albero dei cammini minimi se e solo se:

$$\forall (i, j) \notin T . \pi_j \leq \pi_i + c_{ij} \quad (\text{condizione di Bellman})$$

La condizione vale per tutti gli archi di G , ma per quelli in T è sempre vera per costruzione di π_i . L'albero è unico se non ci sono cicli di costo ≤ 0 e:

$$\forall (i, j) \notin T . \pi_j < \pi_i + c_{ij}.$$