

# Problemi di selezione di sottoinsiemi

Abbiamo un insieme  $I = \{1, \dots, m\}$  e una famiglia  $\mathcal{S} = \{S_1, \dots, S_n\}$  di sottoinsiemi di  $I$  tali che  $S_j$  è associato al costo  $c_j$ . Distinguiamo tre categorie di problemi:

**copertura** determinare una sottofamiglia  $\mathcal{F}$  di  $\mathcal{S}$  di costo *minimo* tale che ogni elemento di  $I$  appartenga ad *almeno* un insieme di  $\mathcal{F}$ ;

**partizione** determinare una sottofamiglia  $\mathcal{F}$  di  $\mathcal{S}$  di costo *minimo* tale che ogni elemento di  $I$  appartenga *esattamente* ad un insieme di  $\mathcal{F}$ ;

**riempimento** determinare una sottofamiglia  $\mathcal{F}$  di  $\mathcal{S}$  di valore *massimo* tale che ogni elemento di  $I$  appartenga ad *al più* un insieme di  $\mathcal{F}$ ;

## Modelli

Supponiamo di avere la matrice  $a_{ij} = \begin{cases} 1 & i \in S_j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$ . La variabile  $x_j$  stabilisce

se il sottoinsieme  $S_j$  verrà preso o no.

**copertura**

**partizione**

**riempimento**

$$\begin{array}{lll} \left\{ \begin{array}{ll} \min & \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n x_j a_{ij} \geq 1 & \forall i \in \{1, \dots, m\} \\ x_j \in \{0, 1\} & \forall j \in \{1, \dots, n\} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{ll} \min & \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n x_j a_{ij} = 1 & \forall i \in \{1, \dots, m\} \\ x_j \in \{0, 1\} & \forall j \in \{1, \dots, n\} \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{ll} \max & \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \sum_{j=1}^n x_j a_{ij} \leq 1 & \forall i \in \{1, \dots, m\} \\ x_j \in \{0, 1\} & \forall j \in \{1, \dots, n\} \end{array} \right. \end{array}$$