

# Variabili incorrelate

$X$  e  $Y$  si dicono incorrelate se valgono le seguenti proprietà equivalenti:

- $E[XY] = E[X]E[Y]$ ;
- $\text{cov}(X, Y) = 0$ ;
- $\text{var}(X + Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y)$ .

Variabili indipendenti sono sempre incorrelate, ma non vale il contrario:

## Controesempio

$X$  uniforme su  $[-1, 1]$ ,  $Z$  prende 1 o -1 con probabilità  $\frac{1}{2}$  indipendente da  $X$ ,  $Y = XZ$ .  $X$  e  $Y$  sono incorrelate:

$$\begin{aligned}E[X] &= 0 & E[Y] &= E[XZ] = E[X]E[Z] = 0 \\E[XY] &= E[X^2Z] = E[X^2]E[Z] = \frac{1}{3} \cdot 0 = 0\end{aligned}$$

Quindi  $E[XY] = E[X]E[Y]$ , ma  $X$  e  $Y$  non sono indipendenti:  $|X| = |Y|$ , e solo le costanti sono indipendenti da sé stesse.