

Valore atteso di una variabile binomiale

$X \sim B(n, p)$ ha valore atteso perché ha immagine finita, e

$$E[X] = \sum_{h=0}^n h \binom{n}{h} p^h (1-p)^{n-h},$$

ma sappiamo anche che $X = X_1 + \dots + X_n$, con X_1, \dots, X_n Bernoulli indipendenti di parametro p , quindi:

$$E[X] = E[X_1 + \dots + X_n] = nE[X_1] = np.$$

e anche $\text{var}(X) = np(1-p)$, quindi

$$E[X^2] = \text{var}(x) + E[X]^2 = np(1-p) + n^2p^2.$$