

Probabilità su \mathbb{R}

Probabilità con $\Omega = \mathbb{R}$. Discrete/atomiche, definite da densità e più generali.

Discreta

La probabilità è concentrata su una successione (finita o numerabile) di punti $\{x_i\}_{i \in \mathbb{N}^+}$, e in tutti gli altri vale 0.

Dato $A \subseteq \mathbb{R}$,

$$P(A) = \sum_{x_i \in A} p(x_i),$$

con $p(x_i) \in [0, 1]$ e $\sum p(x_i) = 1$.

La funzione p è detta *funzione di massa* o *densità discreta*.

Definita da densità

Si dice *densità* una funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ integrabile e tale che

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1.$$

Allora:

$$P(A) = \int_A f(x) dx$$

È una probabilità:

- $P(\mathbb{R}) = 1$;
- $P(A \cup B)$ con $A \cap B = \emptyset$:

$$\int_{A \cup B} f(x) dx = \int_A f(x) dx + \int_B f(x) dx;$$

- si può dimostrare che va al limite, quindi vale anche σ -additività.

Ciascun punto, preso singolarmente, è trascurabile.